البنى الجبرية (1)

أسئلة نظرية.

(1) اذكر نص مبرهنة لاغرانج وبرهانها ثم اذكر نص العكس. ص٩٠

(2) $a \in G$ فإن المجموعة $\{x : x \in G ; ax = xa\}$ زمرة جزئية من G ص٨٥

(3) $\langle a \rangle = G$ دائرية وكان $\varphi : \mathbb{Z} \to G$ المعرف بالقاعدة $\varphi(n) = a^n$ متباين فإن G غير منتهية. ص١٠٥.

(4) H زمرة جزئية وكان $(G:H) = 2$ فإن H جزئية تكون ناظمية في G ص١٦٢.

(5) G تبديلية و $n \in \mathbb{Z}$ أثبت أن $H = \{x : x \in G ; x^2 = e\}$ هي جزئية من G. ص٨١.

(6) A جزئية ناظمية في G و G دائرية فإن أي زمرة جزئية من A تكون ناظمية في G. ص١٦٥

(7) G منتهية وغير تبديلية مرتبتها p^3 حيث (p عدد أولي) و $Z(G) \neq \langle e \rangle$ فإن $(Z(G):1) = p$ ص١٧٣.

(8) $a \in G$ مرتبته n فإنه إذا كان $t \in \mathbb{Z}$ التي تقسم n فإن رتبة $(a^{n/t})$ هي تساوي t. ص١٠٩.

(9) كل زمرة منتهية مرتبتها عدد أولي هي زمرة دائرية. ص١١٤.

(10) $a, b \in G$ و H زمرة جزئية من G فإنه إما $aH \cap bH = \phi$ أو $aH = bH$ ص٩٠.

(11) ليكن $\varphi : G \to \bar{G}$ تشاكلاً زمرياً وليكن $a \in G$ أثبت أن $o(a) = o(\varphi)$ ص١٨٩.

(12) ليكن $\{a^n ; n \in \mathbb{Z}\} = \langle a \rangle$ هو زمرة جزئية تبديلية من G ص٨٥.

(13) H زمرة جزئية من G و $a \in G$ ثم $aH = H$ فإن $a \in H$ ص٩٢.

(14) كل زمرة جزئية ناظمية في الزمرة G هي نواة لهومومورفيزم زمري ما. ص١٨٢.

(15) إذا كانت A ناظمية في G ودائرية فإن أية زمرة جزئية من A تكون ناظمية. ص١٦٥.

(16) G زمرة تبديلية و $n \in \mathbb{Z}$ أثبت أن المجموعة $K = \{x : x \in G ; x^n = e\}$ زمرة جزئية من G ص٩٩.

(17) G زمرة و $a \in G$ مرتبته n فإنه للعدد الصحيح s حيث $1 \leq s \leq n$ فإن $o(a^s) = o(a^{n-s})$ ص١٠٩.

(18) G زمرة دائرية و $a \in G$ مرتبته n فإن رتبة G تساوي n ص١٠٩

(19) إذا كانت G منتهية فإن رتبة أية زمرة جزئية H من G تقسم رتبة G. ص١١١.

(20) إذا وجد $k \in \mathbb{Z}$ حيث $a^k = e$ فإن n يقسم k. ص١٠٩.

(21) G منتهية مرتبتها n فإن $a^n = e$ ص١٢١.

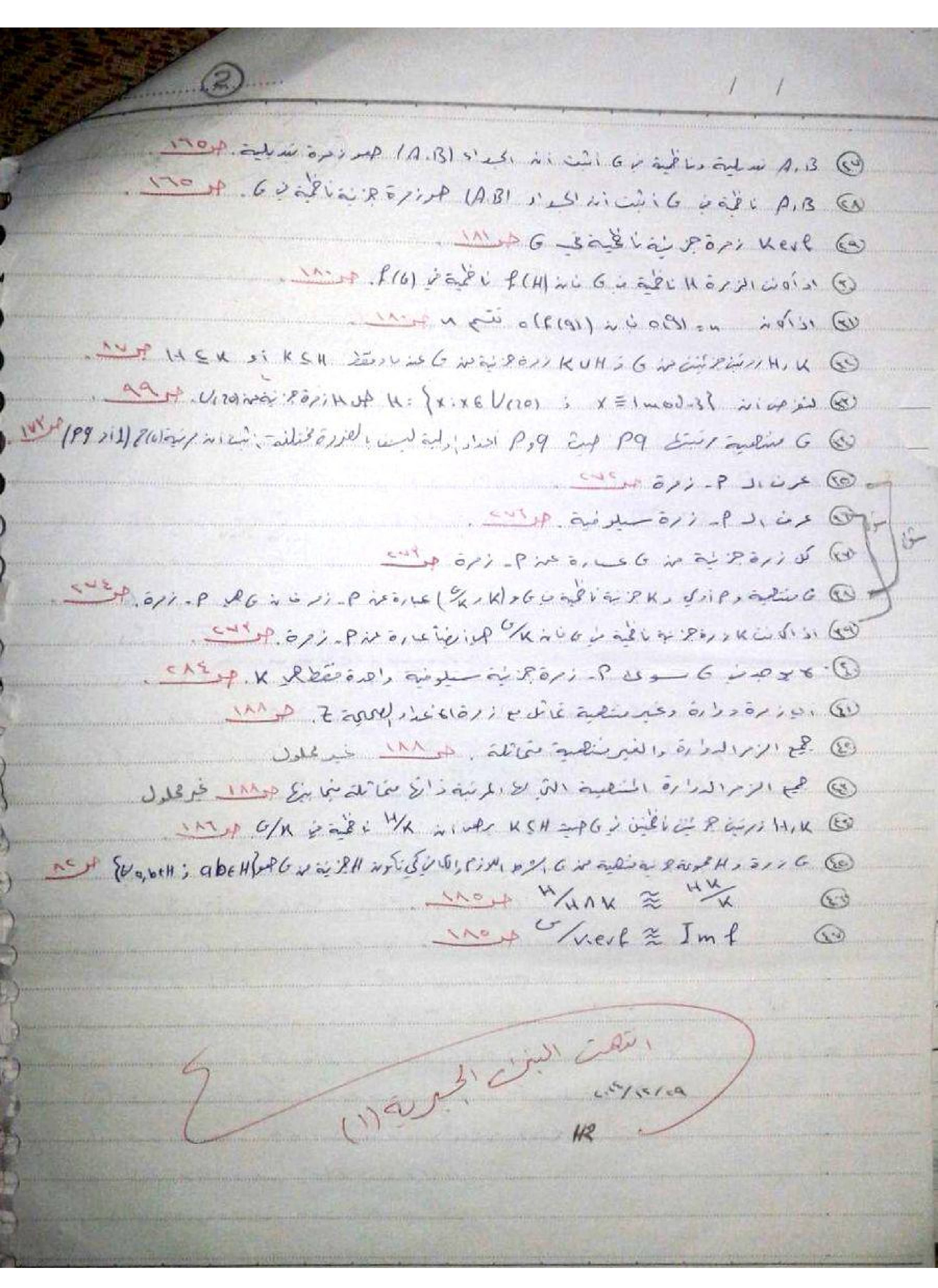
(22) ليكن G زمرة و H زمرة جزئية، وليكن $a \in G$ أثبت أنه إذا كانت H دائرية فإن aHa^{-1} دائرية. ص١٤٤

(23) إذا كانت $G/Z(G)$ دائرية أثبت أن تكون G تبديلية ص١٧٠.

(24) ليكن G زمرة و $a \in G$ أثبت أن $\langle a \rangle = \langle a^{-1} \rangle$ ص١٠٤

(25) ليكن G زمرة فإن $Z(G)$ ناظمية في G. ص١٦٢

(26) كل زمرة دائرية هي زمرة تبديلية ص١٠٥. غير محلول.



(٣٧) A,B سلمية وناظمية في G اثبت ان الجداء (A.B) هو زمرة سلمية. ص١٦٥

(٣٨) A,B ناظمية في G اثبت ان الجداء (A.B) هو زمرة جزئية ناظمية في G. ص١٦٥

(٣٩) Ker f زمرة جزئية ناظمية في G ص١٨١

(٤٠) اذا كانت الزمرة H ناظمية في G فان f(H) ناظمية في f(G). ص١٨٠

(٤١) اذا كان [illegible] الاثبات f(G) [illegible] تتم n ص١٨٠

(٤٢) H,K زمرتين جزئيتين من G و K∪H زمرة جزئية من G عندما وفقط $K \subseteq H$ او $H \subseteq K$ ص٨٧

(٤٣) لتكن [illegible] $H: \{x : x \in U(20) ,\ x \equiv 1 \mod 3\}$ هل H زمرة جزئية من U(20) ص٩٩

(٤٤) G منتهية رتبتها pq حيث p و q اعداد اولية ليست بالضرورة مختلفة. اثبت ان رتبة Z(G) 1 او pq ص١٧٢

(٤٥) عرف الـ p- زمرة ص٢٧٢

(٤٦) عرف الـ p- زمرة سيلوفية ص٢٧٦

(٤٧) كل زمرة جزئية من G عبارة عن p- زمرة ص٢٧٩

(٤٨) G منتهية و p اولي و K جزئية ناظمية في G و (K و G/K) عبارة عن p- زمرة فان G هي p- زمرة. ص٢٧٤

(٤٩) اذا كانت K زمرة جزئية ناظمية في G فان G/K هي ايضا عبارة عن p- زمرة. ص٢٧٢

(٥٠) لا يوجد في G سوى p- زمرة جزئية سيلوفية واحدة فقط هي K. ص٢٨٤

(٥١) اي زمرة دوارة وغير منتهية تتماثل مع زمرة الاعداد الصحيحة Z. ص١٨٨

(٥٢) جميع الزمر الدوارة والغير منتهية متماثلة. ص١٨٨ غير محلول

(٥٣) جميع الزمر الدوارة المنتهية التي لها الرتبة ذاتها متماثلة فيما بينها ص١٨٨ غير محلول

(٥٤) H,K زمرتين جزئيتين ناظميتين في G حيث $K \subseteq H$ برهن ان H/K ناظمية في G/K ص١٨٦

(٥٥) G زمرة و H مجموعة جزئية منتهية من G برهن ان الشرط اللازم والكافي لتكون H جزئية من G هو $\forall a,b \in H ;\ ab \in H$ ص٨٢

(٥٦) $HK/K \cong H/H \cap K$ ص١٨٥

(٥٧) $Im f \cong G/Ker f$ ص١٨٥

س

انتهت البنى الجبرية (١)

٢٠٠٩/١٢/٩

[illegible]

صح وخطأ

دورة 2013 _ 1

① إن $H = \{x : x \in U(20) ;\ x \equiv 1 \bmod 3\}$ هي زمرة جزئية من $U(20)$. (خطأ).

ليست زمرة جزئية لأن $13 \in H$; $13.13 = 169 \bmod 20 = 9 \notin H$

② إن $Z_4 \setminus \{0\} = \{1,2,3\}$ تشكل زمرة بالنسبة لعملية الضرب بالمقاس 4 (خطأ).

لأن 4 ليس عدد أولي حيث (Z_p^* ، ·) تشكل زمرة إذا كان p أولي.

③ رتبة العنصر $5 + \langle 6 \rangle$ في زمرة الخارج $Z_{18}/\langle 6 \rangle$ تساوي 3 (خطأ).

لأن $3(5+\langle 6 \rangle) \neq \langle 6 \rangle$ بينما $6(5+\langle 6 \rangle) = \langle 6 \rangle$ ⇐ إن رتبته تساوي 6.

④ إذا كانت G زمرة رتبتها 91 فإن G لا تكون زمرة دوارة. (خطأ).

لأن 91 عدد أولي ⇐ G زمرة دوارة.

⑤ عدد عناصر زمرة الخارج Z $\langle 4 \rangle / \langle 20 \rangle$ تساوي 4. (خطأ).

تساوي 5 $\{0+\langle 20 \rangle ,\ 4+\langle 20 \rangle ,\ 8+\langle 20 \rangle ,\ 12+\langle 20 \rangle ,\ 16+\langle 20 \rangle\}$

⑥ عدد عناصر الزمرة الجزئية $H = \langle 20 \rangle$ في الزمرة Z_{30} هي $\{10,20\}$ فقط. (خطأ).

عناصر $H = \langle 20 \rangle$ هي $\{0, 10, 20\}$

⑦ جميع مولدات الزمرة الجمعية Z_8 ليست إلا الواحد والأعداد الأولية. (صح).

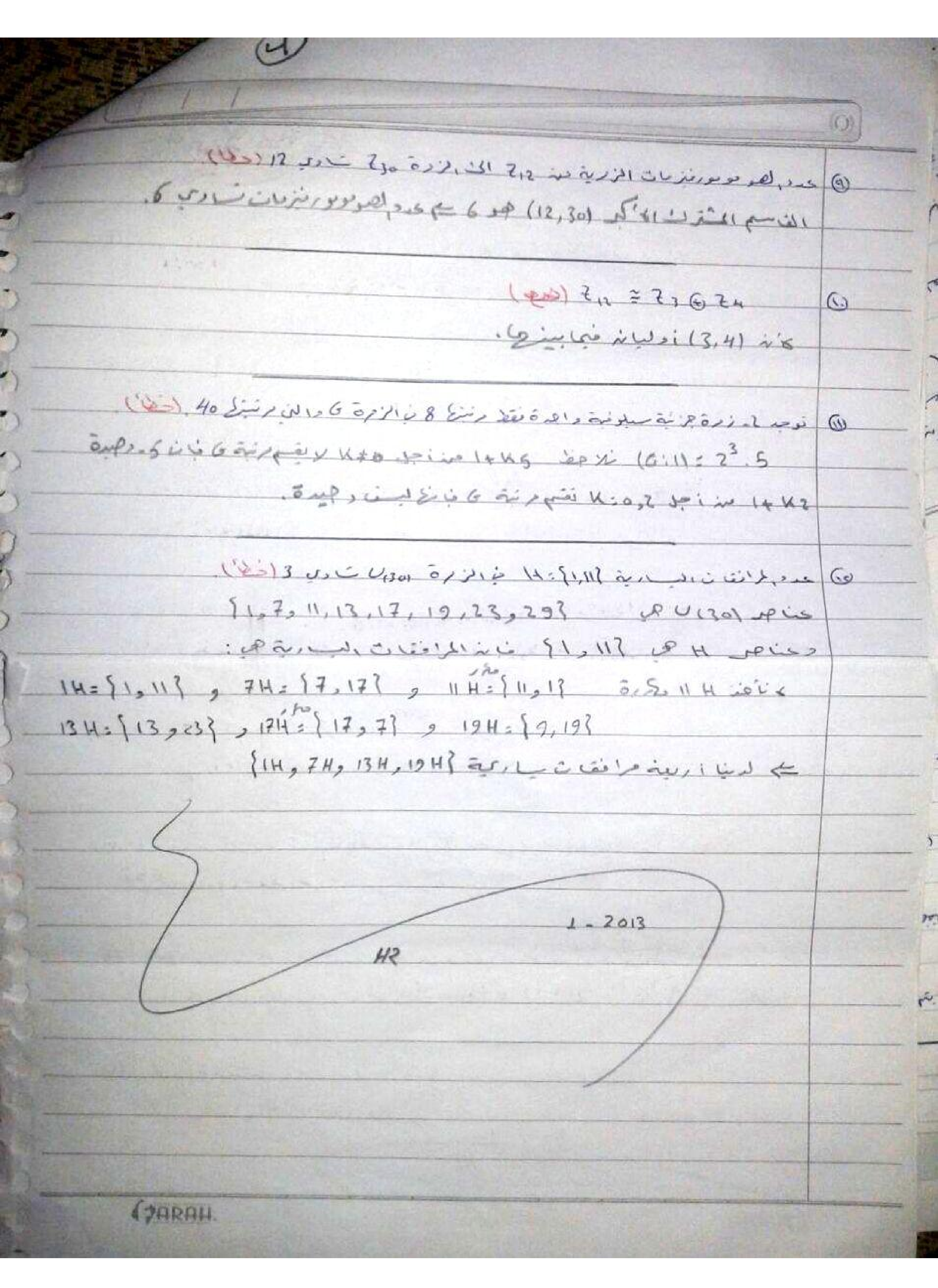
مولدات Z_8 هي الأعداد الأولية مع (8) وهي $\{1,3,5,7\}$ هي أولية.

⑧ كل زمرة منتهية تملك مولدين فقط. (خطأ).

كل زمرة غير منتهية تملك مولدين فقط أما المنتهية تملك مولدين على الأقل.

IR

SARAH.



⑨ عدد الهومومورفيزمات الغامرة من Z_{12} الى الزمرة Z_{30} تساوي 12 (خطأ).
القاسم المشترك الأكبر (12,30) هو 6 ثم عدد الهومومورفيزمات تساوي 6.

---

⑩ $Z_{12} \cong Z_3 \oplus Z_4$ (صح)
لأن (3,4) أوليان فيما بينهما.

---

⑪ توجد لـ زمرة جزئية سيلوية واحدة فقط رتبتها 8 في الزمرة G والتي رتبتها 40. (خطأ)
$(G:1) = 2^3 . 5$ نلاحظ $1+k5$ من أجل $k \neq 0$ لا يقسم رتبة G فإنها واحدة
$1+k2$ من أجل $k=0,2$ تقسم رتبة G فإنها ليست وحيدة.

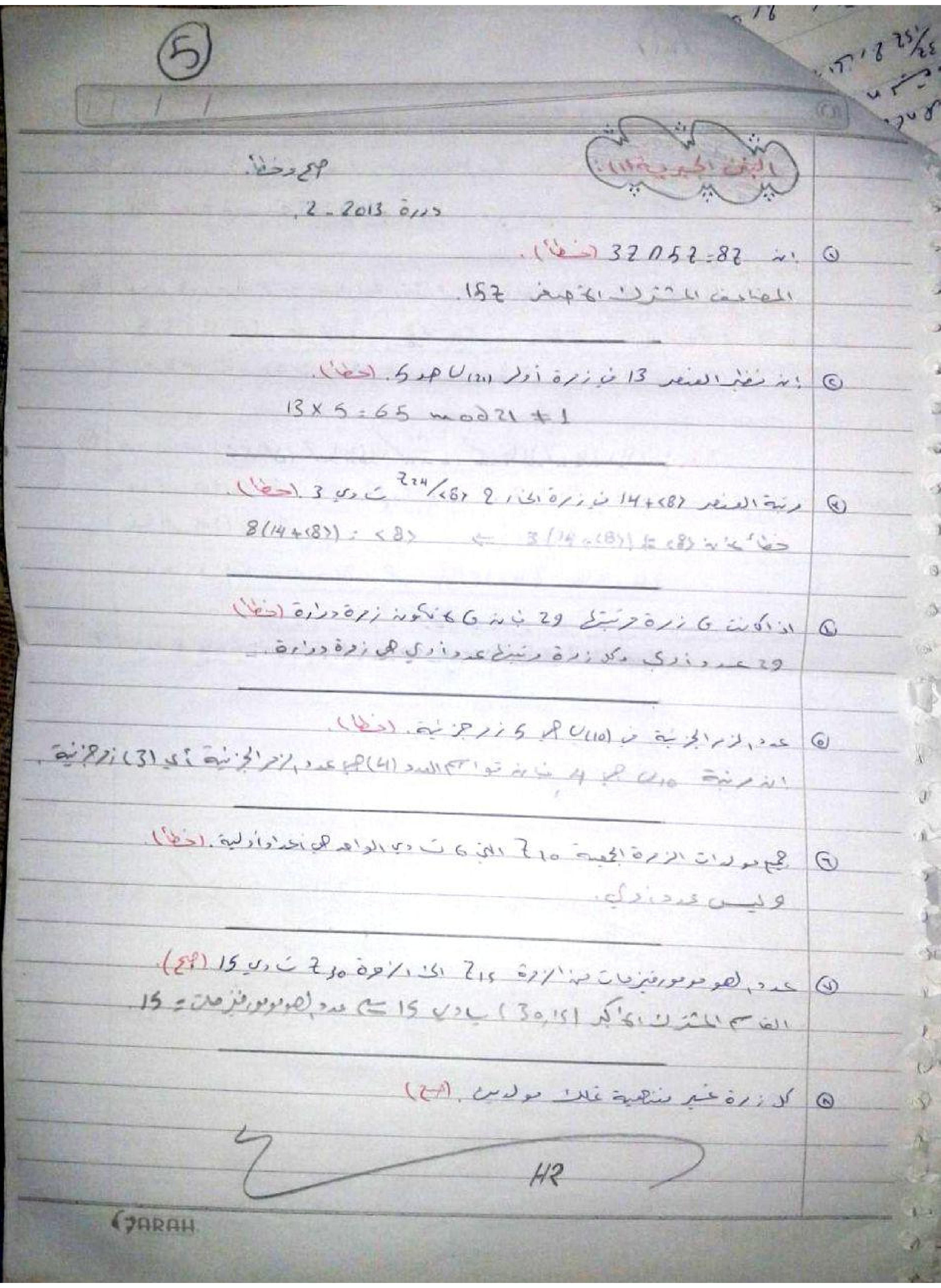
---

⑫ عدد المرافقات اليسارية $H=\{1,11\}$ في الزمرة $U(30)$ تساوي 3 (خطأ).
عناصر $U(30)$ هي $\{1,7,11,13,17,19,23,29\}$
وعناصر H هي $\{1,11\}$ فإن المرافقات اليسارية هي:
ونأخذ 11H مكررة $1H=\{1,11\}$ و $7H=\{7,17\}$ و $11H=\{11,1\}$ مكرر
$13H=\{13,23\}$ و $17H=\{17,7\}$ مكرر و $19H=\{9,19\}$
⇐ لدينا أربعة مرافقات يسارية $\{1H, 7H, 13H, 19H\}$

1 - 2013

HR

SARAH.



5

البنى الجبرية ١

صح وخطأ.

دورة 2013 - 2.

① إن $8Z = 3Z \cap 5Z$ (خطأ).
المضاعف المشترك الأصغر $15Z$.

---

② إن نظير العنصر 13 في زمرة أولر $U(21)$ هو 5. (خطأ).
$13 \times 5 = 65 \mod 21 \neq 1$

---

③ رتبة العنصر $14 + \langle 8 \rangle$ في زمرة القسمة $Z_{24}/\langle 8 \rangle$ تساوي 3. (خطأ).
خطأ لأن $3(14 + \langle 8 \rangle) \neq \langle 8 \rangle \Leftarrow 8(14 + \langle 8 \rangle) = \langle 8 \rangle$

---

④ إذا كانت G زمرة رتبتها 29 فإن G لا تكون زمرة دوارة (خطأ)
29 عدد أولي وكل زمرة رتبتها عدد أولي هي زمرة دوارة.

---

⑤ عدد الزمر الجزئية في $U(10)$ هو 5 زمر جزئية. (خطأ).
لأن رتبة $U(10)$ هي 4 وبالتالي قواسم العدد (4) هي عدد الزمر الجزئية أي (3) زمر جزئية.

---

⑥ جميع مولدات الزمرة الجمعية Z_{10} التي تختلف عن الواحد هي أعداد أولية. (خطأ).
وليس عدد أولي.

---

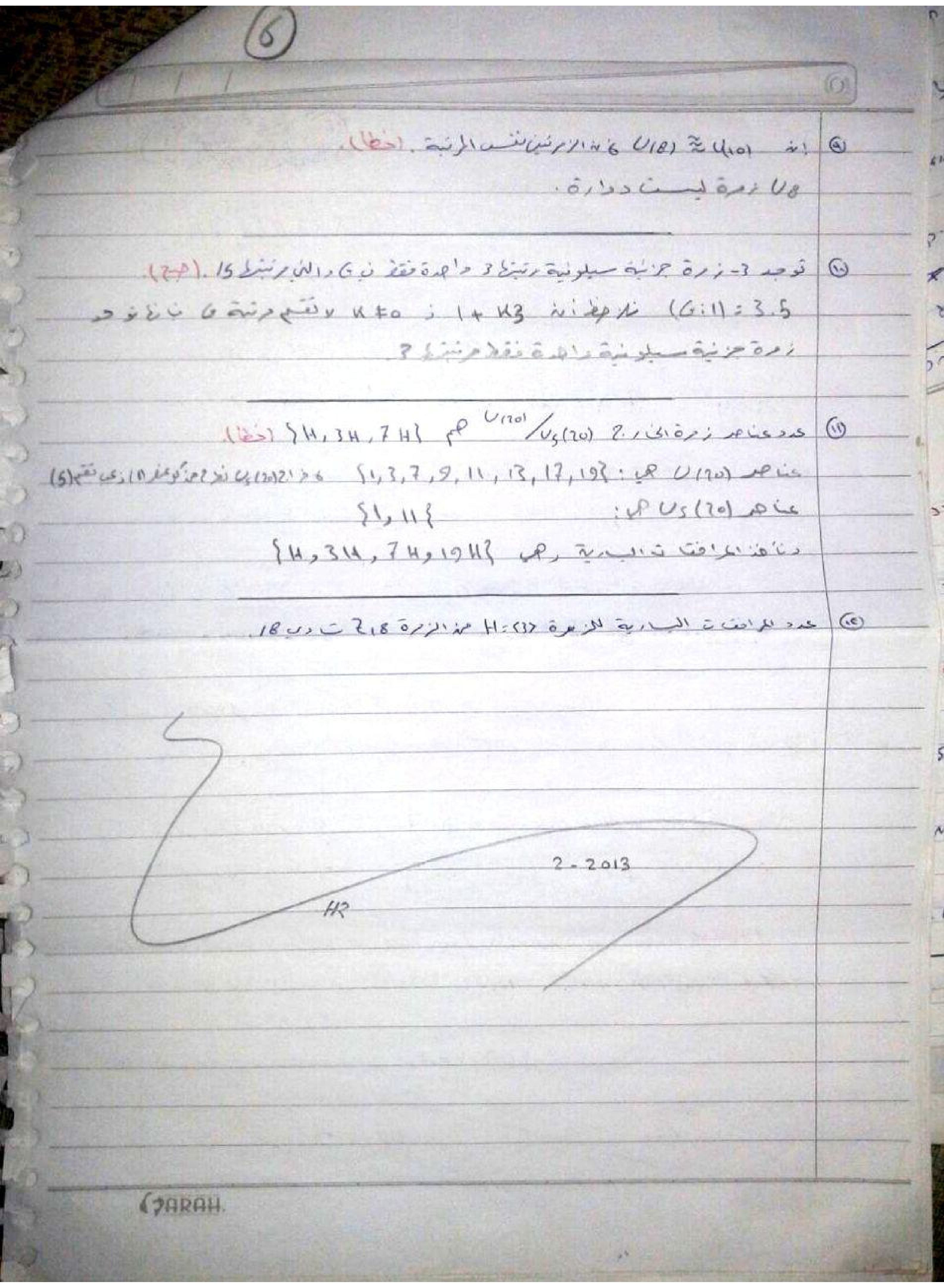
⑦ عدد الهومومورفيزمات من الزمرة Z_{15} إلى الزمرة Z_{30} تساوي 15 (صح).
القاسم المشترك الأكبر $(15, 30)$ يساوي 15 $\Leftarrow$ عدد الهومومورفيزمات = 15.

---

⑧ كل زمرة غير منتهية تملك مولدين. (صح)

HR

SARAH



⑨ إن $U(15) \cong U(12)$ لأن الزمرتين بنفس الرتبة. (خطأ).
U_8 زمرة ليست دائرية.

---

⑩ توجد 3- زمرة جزئية سيلوية رتبتها 3 واحدة فقط في G والتي رتبتها 15. (صح).
$(G:1) = 3.5$ ملاحظة أنه $1 + k3$ ، $k \neq 0$ ولتقسم رتبة G بالتالي توجد
زمرة جزئية سيلوية واحدة فقط رتبتها 3.

---

⑪ عدد عناصر زمرة الخارج $U(20)/U_5(20)$ هي $\{H, 3H, 7H\}$ (خطأ).
عناصر $U(20)$ هي: $\{1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ و $|U(20)/U_5(20)|$ لذا عدد عناصر الزمرة الخارج (4)
عناصر $U_5(20)$ هي: $\{1, 11\}$
ومنه المرافقات اليسارية هي $\{H, 3H, 7H, 19H\}$

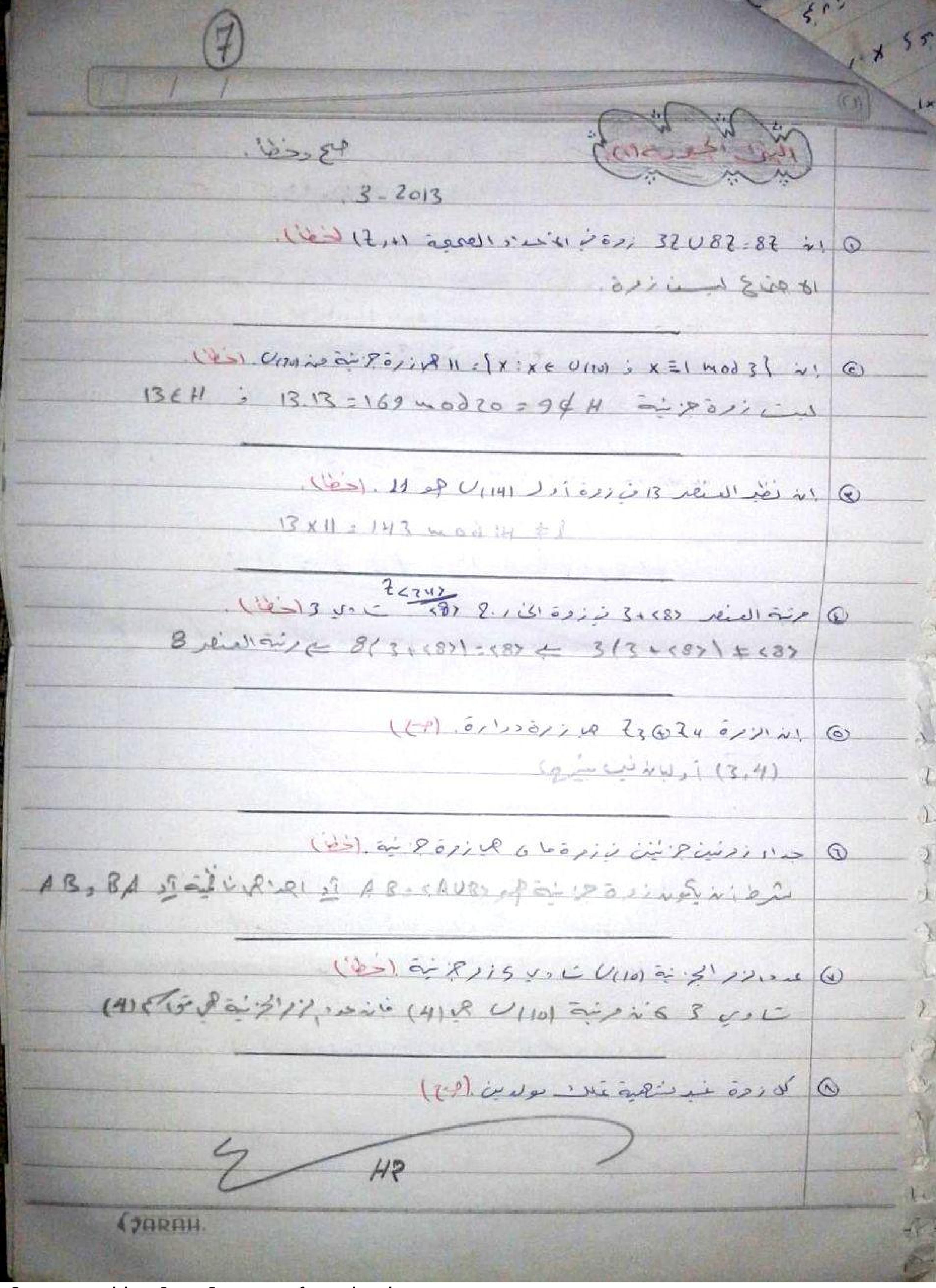
---

⑫ عدد المرافقات اليسارية للزمرة $H = \langle 3 \rangle$ في الزمرة Z_{18} تساوي 18.

2 - 2013

HR

SARAH.



البند الخامس (١)

صح وخطأ.

3 - 2013

① إن $3Z \cup 8Z = 8Z$ زمرة من الأعداد الصحيحة $(Z, +)$ (خطأ).
لأن جمعهما ليست زمرة.

---

② إن $H = \{x : x \in U(20) ; x \equiv 1 \bmod 3\}$ زمرة جزئية من $U(20)$. (خطأ)
ليست زمرة جزئية $13 \cdot 13 = 169 \bmod 20 = 9 \notin H$ ؛ $13 \in H$

---

③ إن نظير العنصر 13 في زمرة أويلر $U(14)$ هو 11. (خطأ)
$13 \times 11 = 143 \bmod 14 \neq 1$

---

④ رتبة العنصر $3 + \langle 8 \rangle$ في زمرة الخارج $Z_{\langle 24 \rangle} / \langle 8 \rangle$ تساوي 3 (خطأ).
$3(3 + \langle 8 \rangle) \neq \langle 8 \rangle \Leftarrow 8(3 + \langle 8 \rangle) = \langle 8 \rangle \Leftarrow$ رتبة العنصر 8

---

⑤ إن الزمرة $Z_3 \oplus Z_4$ هي زمرة دائرية. (صح)
(3,4) أوليان نسبياً

---

⑥ جداء زمرتين جزئيتين في زمرة ما هي زمرة جزئية. (خطأ)
شرط أن يكون زمرة جزئية هو $AB = \langle A \cup B \rangle$ أي إبدالية أي $AB = BA$

---

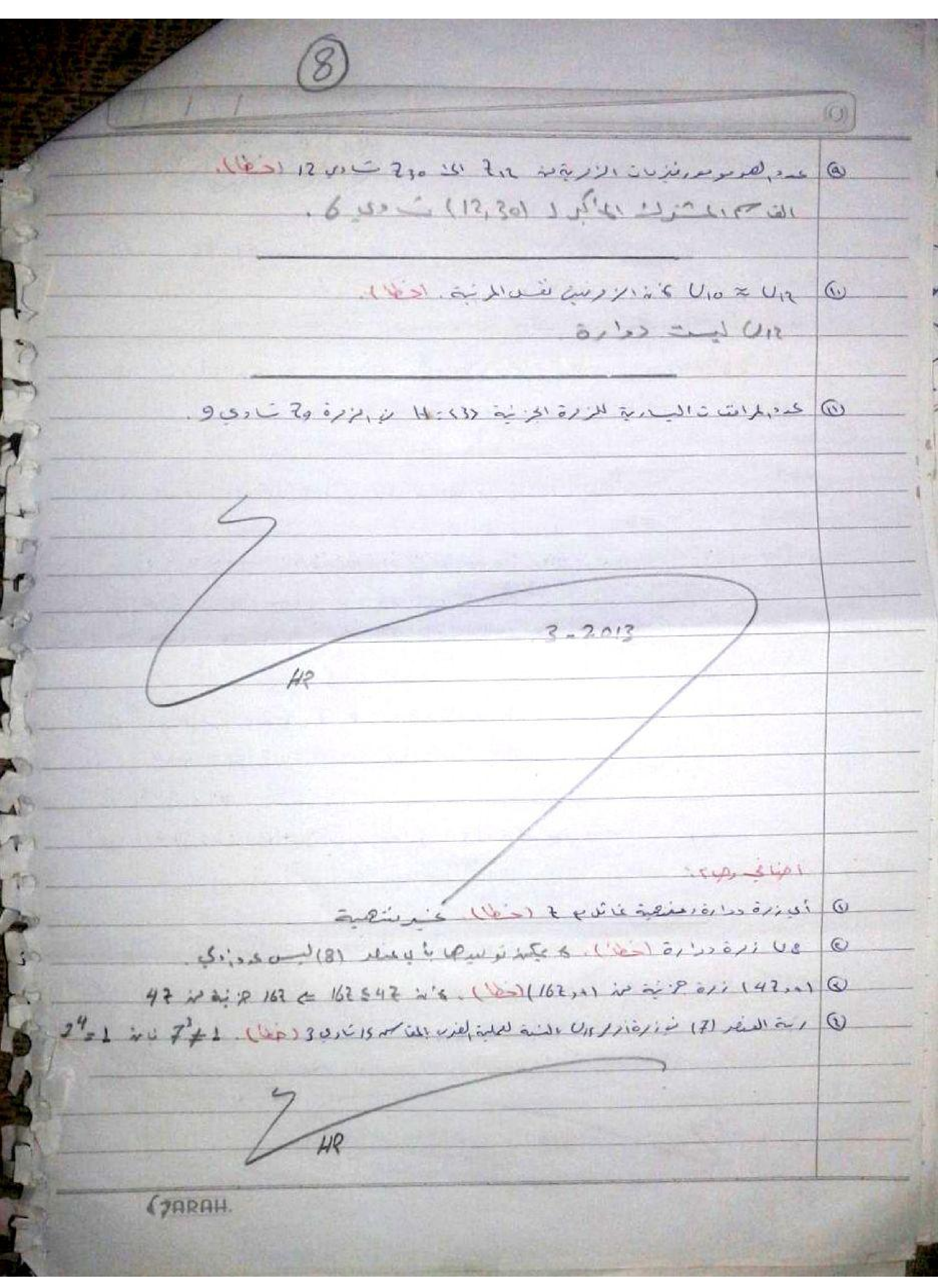
⑦ عدد الزمر الجزئية $U(10)$ تساوي 5 زمر جزئية (خطأ)
تساوي 3 لأن رتبة $U(10)$ هي (4) فإن عدد الزمر الجزئية هي قواسم (4)

---

⑧ كل زمرة غير منتهية تملك مولدين. (صح)

HP

SARAH.



(8)

⑨ عدد الهومومورفيزمات الزمرية من Z_{12} الى Z_{30} يساوي 12 (خطأ)
القاسم المشترك الأكبر لـ (12,30) يساوي 6.

---

⑩ $U_{12} \approx U_{10}$ لأنهما من نفس الرتبة. (خطأ)
U_{12} ليست دائرية

---

⑪ عدد المرافقات اليسارية للزمرة الجزئية $H=\langle 3 \rangle$ من الزمرة Z_9 يساوي 9.

3-2013

HR

إضافي وحيد:

① أي زمرة دائرية منتهية تماثل مع Z (خطأ) غير منتهية

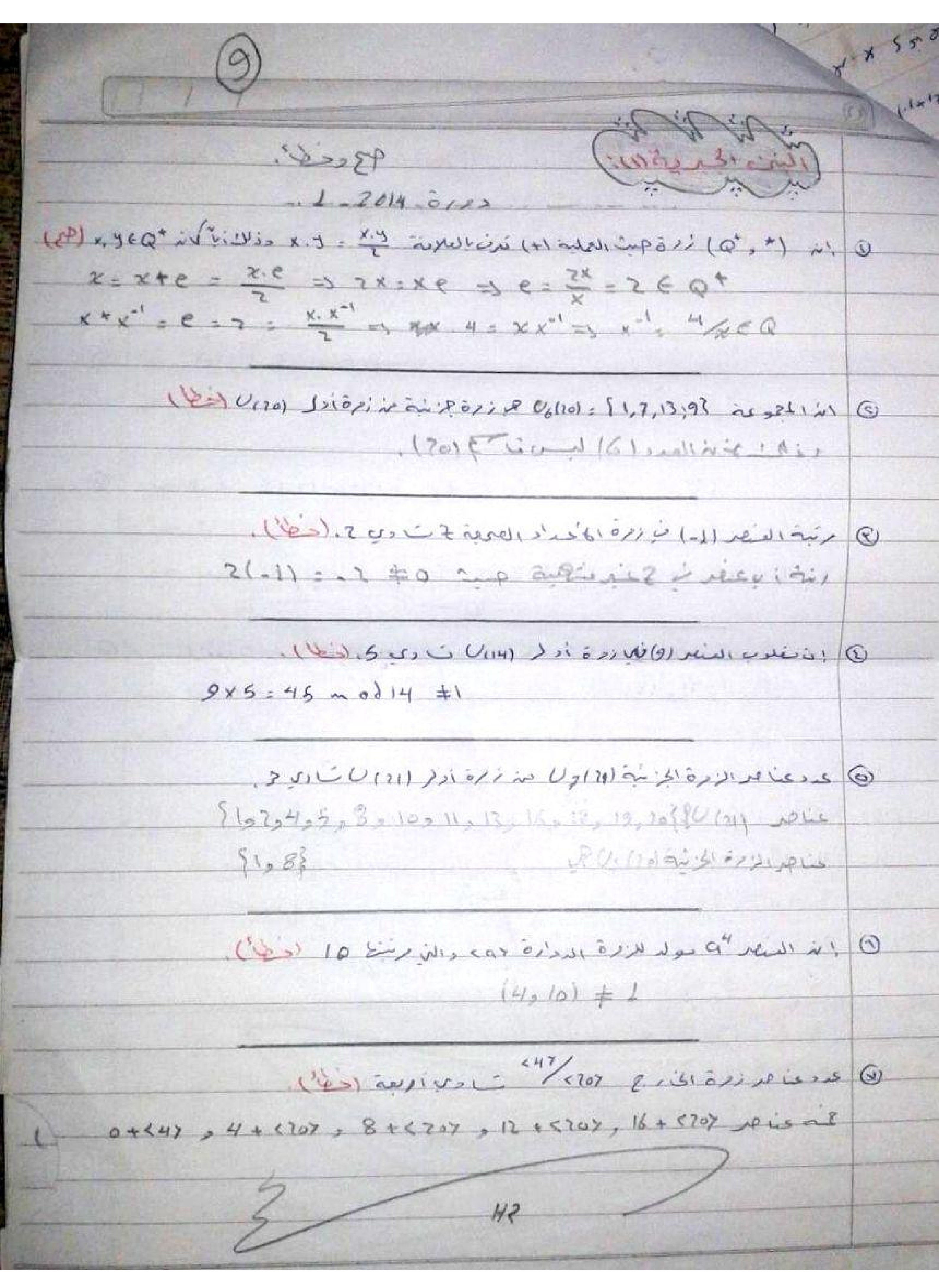
② U_8 زمرة دائرية (خطأ)، لا يمكن توليدها بأي عنصر (8) ليس عدد دوري.

③ $\langle 42 \rangle$ زمرة جزئية من $\langle 162 \rangle$ (خطأ). لأن $42 \leq 162 \Leftarrow 162$ جزئية من 42

④ رتبة العنصر (7) من الزمرة U_{15} المستخدمة لعملية الضرب المقاسه 15 تساوي 3 (خطأ). لأن $7^3 \neq 1$ بينما $7^4 = 1$

HR

SARAH.



(9)

البنى الجبرية (1)

صح وخطأ.

دورة 1 - 2014 .

① إن $(Q^+, *)$ زمرة حيث العملية $(*)$ تعرف بالعلاقة $x * y = \frac{x.y}{2}$ وذلك أياً كان $x, y \in Q^+$ (صح)

$x = x * e = \frac{x.e}{2} \Rightarrow 2x = xe \Rightarrow e = \frac{2x}{x} = 2 \in Q^+$

$x * x^{-1} = e = 2 = \frac{x.x^{-1}}{2} \Rightarrow 4 = x x^{-1} \Rightarrow x^{-1} = \frac{4}{x} \in Q$

② إن المجموعة $\{1, 7, 13, 19\} = U_6(20)$ هي زمرة جزئية من زمرة أولر $U(20)$ (خطأ)

لأن العدد (6) ليس قاسم (20).

③ رتبة العنصر (-1) في زمرة الأعداد الصحيحة Z تساوي 2. (خطأ)

لأنه بعنصر في Z غير منتهية حيث $2(-1) = -2 \neq 0$

④ إن نظير العنصر (9) في زمرة أولر $U(14)$ تساوي 5. (خطأ)

$9 \times 5 = 45 \mod 14 \neq 1$

⑤ عدد عناصر الزمرة الجزئية $U_7(21)$ من زمرة أولر $U(21)$ تساوي 3.

عناصر $U(21) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20\}$

عناصر الزمرة الجزئية $U_7(21)$ هي $\{1, 8\}$

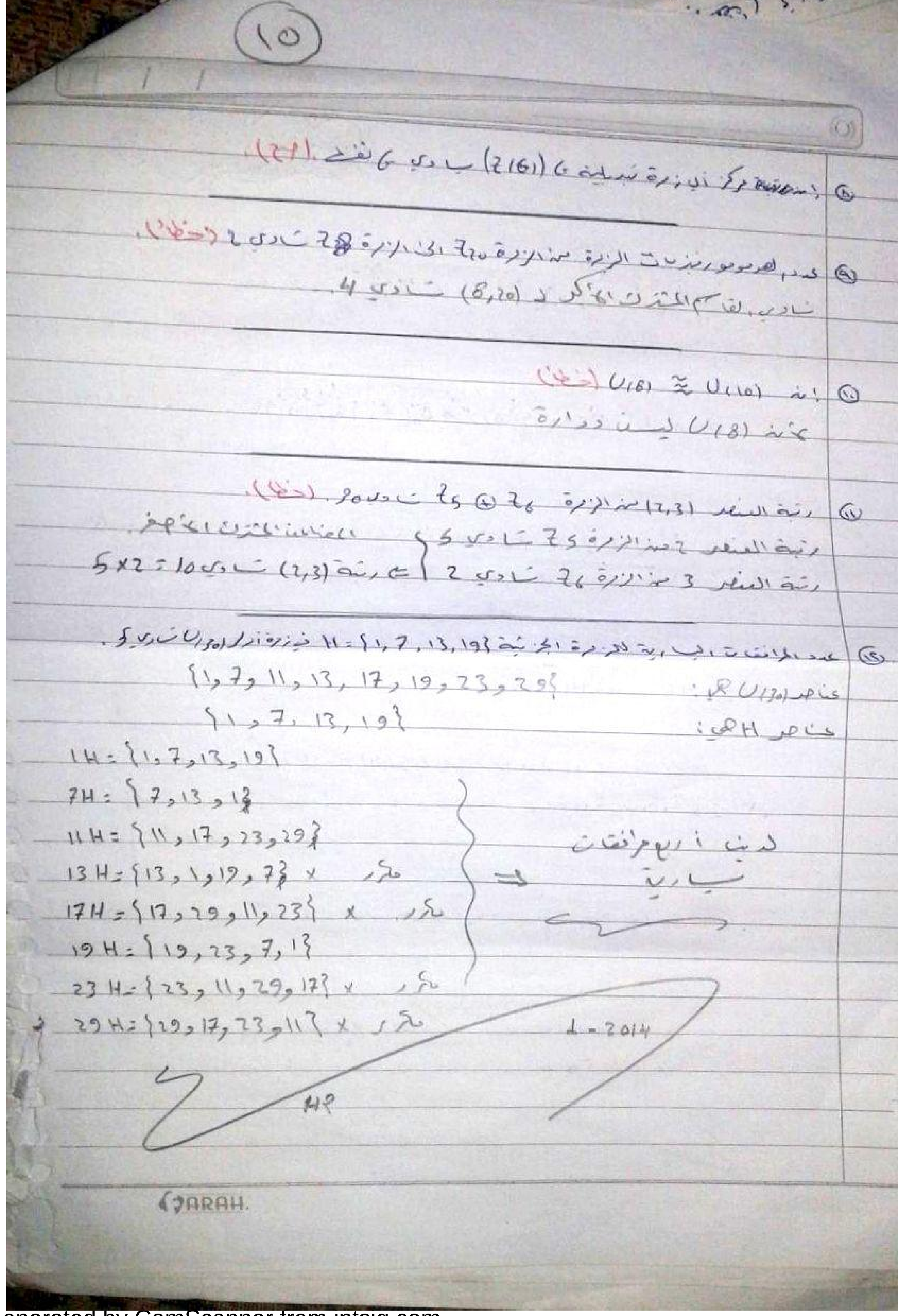
⑥ إن العنصر a^4 مولد للزمرة الدائرية $\langle a \rangle$ والتي رتبتها 15 (خطأ)

$(4, 15) \neq 1$

⑦ عدد عناصر زمرة الخارج $\langle 4 \rangle / \langle 20 \rangle$ تساوي أربعة (خطأ)

خمسة عناصر $\langle 20 \rangle$ هي $0 + \langle 4 \rangle$, $4 + \langle 20 \rangle$, $8 + \langle 20 \rangle$, $12 + \langle 20 \rangle$, $16 + \langle 20 \rangle$

42



(١٥)

8) مستقيمة مركز الزمرة التبديلية G ($Z(G)$) يساوي G نفسها. (صح)

9) عدد الهومومورفيزمات الغامرة من الزمرة Z_{20} إلى الزمرة Z_8 يساوي 2 (خطأ)
يساوي القاسم المشترك الأكبر لـ (8,20) يساوي 4.

10) إن $U(15) \cong U(8)$ (خطأ)
لأن $U(8)$ ليست دوارة

11) رتبة العنصر (2,3) من الزمرة $Z_4 \oplus Z_6$ يساوي 20. (خطأ)
رتبة العنصر 2 من الزمرة Z_4 يساوي 2 } ⇐ رتبة (2,3) يساوي المضاعف المشترك الأصغر
رتبة العنصر 3 من الزمرة Z_6 يساوي 2 } $5\times 2 = 10$

12) عدد المرافقات اليسارية للزمرة الجزئية $H = \{1,7,13,19\}$ في الزمرة $U(30)$ يساوي 4.
عناصر $U(30)$ هي: $\{1,7,11,13,17,19,23,29\}$
عناصر H هي: $\{1,7,13,19\}$

$1H = \{1,7,13,19\}$
$7H = \{7,13,1...\}$
$11H = \{11,17,23,29\}$
$13H = \{13,1,19,7\}$ x مكرر
$17H = \{17,29,11,23\}$ x مكرر
$19H = \{19,23,7,1\}$
$23H = \{23,11,29,17\}$ x مكرر
$29H = \{29,17,23,11\}$ x مكرر

⇐ لدينا أربع مرافقات يسارية

L-2014

H?

البنى الجبرية (1)

صح وخطأ.

.2_2014

① إن $(Z^+, *)$ زمرة، حيث * معرفة بالعلاقة $x * y = x/y$ وذلك لكل $x, y \in Z^+$ (خطأ).

← ليست داخلية. $2 * 3 = 2/3 \notin Z$

② إن عناصر الزمرة الجزئية $U_4(20)$ من زمرة أولر $U(20)$ هي المجموعة $\{1, 9, 13, 11\}$ (خطأ).

إن عناصر الزمرة الجزئية $U_4(20)$ هي $\{1, 9, 13, 17\}$.

③ أي عنصر من عناصر زمرة دوارة تكون مولداً لها. (خطأ)

حيث [illegible] زمرة دوارة من المرتبة n فإن كل عنصر a^k يكون مولداً بشرط $(n,k)=1$

④ إذا كان $n \in Z^+$ فإن $Z_n \cong Z/nZ$ زمرة دوارة من المرتبة n. (صح).

⑤ إن مركز أية زمرة تبديلية G ($Z(G)$) تساوي G نفسها (صح).

⑥ عدد الزمر الجزئية من الزمرة $U(14)$ تساوي 4 زمر. (خطأ)

$U(14) = \{1, 3, 5, 9, 11, 13\}$ [illegible] عدد الزمر الجزئية تساوي 6 وهي 4 زمر جزئية.

⑦ إذا كانت G زمرة منتهية فإن G لا تكون زمرة دوارة. (خطأ)

(الخ) [illegible] وكل زمرة منتهية [illegible] دوارة.

⑧ إذا كانت $(G, .)$ زمرة و $a \in G$ عنصر رتبته 15 فإن رتبة العنصر a^6 من G تساوي 10 (خطأ)

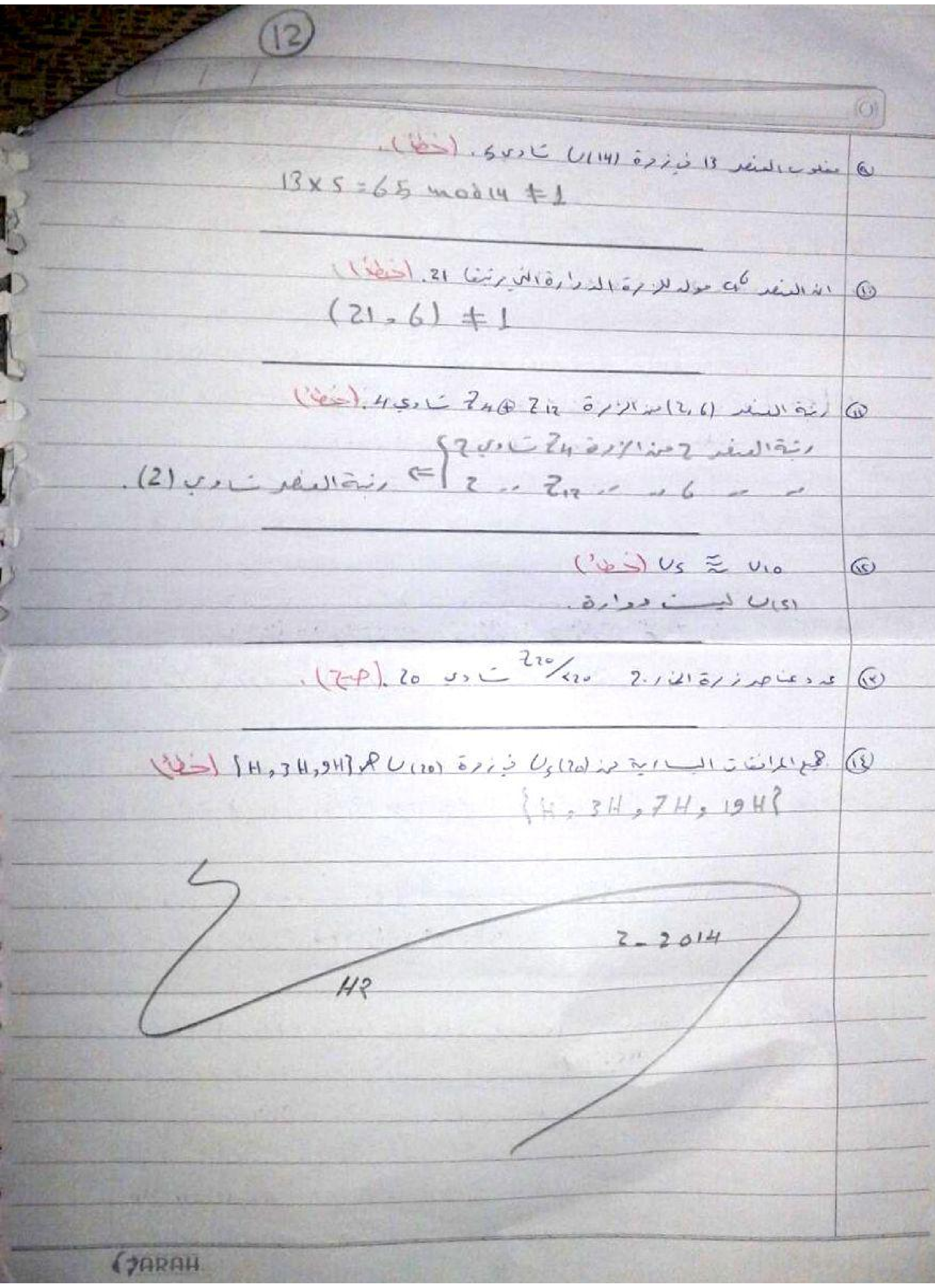
ونبحث عن أصغر عدد صحيح موجب n يحقق $a^n = e$ ⇐ $a^{15} = e$ لدينا

$(a^6)^2 = a^{12} \neq e$ و $(a^6)^3 = 18 \neq e$ —— $(a^6)^5 = a^{30} = e$

مع رتبة a^6 تساوي 5.

HR

SARAH.



٩) مقلوب العنصر 13 في زمرة U(14) تساوي 5. (خطأ).

$13 \times 5 = 65 \mod 14 \neq 1$

١٠) إن العنصر a^6 مولد للزمرة الدائرية التي رتبتها 21. (خطأ)

$(21, 6) \neq 1$

١١) رتبة العنصر (2,6) من الزمرة $Z_{12} \oplus Z_4$ تساوي 4. (خطأ)

رتبة العنصر 2 من الزمرة Z_4 تساوي 2
رتبة العنصر 6 من الزمرة Z_{12} تساوي 2
$\Leftarrow$ رتبة العنصر تساوي (2).

١٢) $U_{10} \cong U_5$ (خطأ)

U(5) ليست دوارة.

١٣) عدد عناصر زمرة الخارج $Z_{20}/\langle 20\rangle$ تساوي 20. (صح).

١٤) جميع المرافقات اليسارية لـ $U_5(20)$ في زمرة U(20) هي {H, 3H, 9H} (خطأ)

{H, 3H, 7H, 19H}

H?

2-2014

ZARAH

الجبر الحديث (١١٦)

صح وخطأ.

دورة 2014 - 3.

① إن المجموعة $\{0,3\}$ زمرة جزئية من الزمرة Z_4. (خطأ)

$\{0,3\}$ ليست زمرة جزئية لأن $(+)$ ليست عملية داخلية على $\{0,3\}$ $3+3=6 \bmod 4=2\notin\{0,3\}$

---

② عدد مولدات الزمرة الدوارة ذات الرتبة 5 تساوي 5. (خطأ)

كل عنصر يكون مولد لها بشرط $(n,k)=1$ ⇐ $\langle 5\rangle$ مولد لها و (5^2) مولد لها و (5^3) مولد لها

(5^4) مولد لها أما (5^5) ليس مولد لها لأن $(5,5)\neq 1$ ⇐ (4) مولدات.

---

③ إذا كان $n\in Z^+$ فإن Z/Z_n زمرة دوارة من الرتبة n. (صح)

---

④ إذا كانت $(G,\cdot)$ زمرة و $a\in G$ عنصراً رتبته 15 فإن رتبة a^6 تساوي (10). (خطأ)

رتبة عنصر هي أصغر عدد صحيح موجب n و يحقق $(a^n=e)$ ولدينا $a^{15}=e$ فإن $(a^6)^{10}=a^{60}=e$

ولكن لدينا عدد أصغر من (10) يحقق $(a^n=e)$ هو 5 ⇐ $e=e^2=(a^{15})^2=(a^6)^5$ ⇐ رتبته 5.

---

⑤ كل زمرة دوارة غير منتهية لها مولد واحد فقط. (خطأ)

لها مولدين. أما المنتهية فلها مولدين [illegible]

---

⑥ إن $Z_2 \oplus Z_4 \approx Z_8$ (خطأ)

لأن $(2,4)$ ليسا أوليان فيما بينهما

---

⑦ إن عناصر الزمرة الجزئية $\langle 25\rangle$ من Z_{30} تساوي 5. (خطأ)

عناصر $Z_{30}=\{0,1,\ldots,29\}$ فإن عناصر $\langle 25\rangle$ تساوي $n\langle 25\rangle$ لأن $n\in Z$

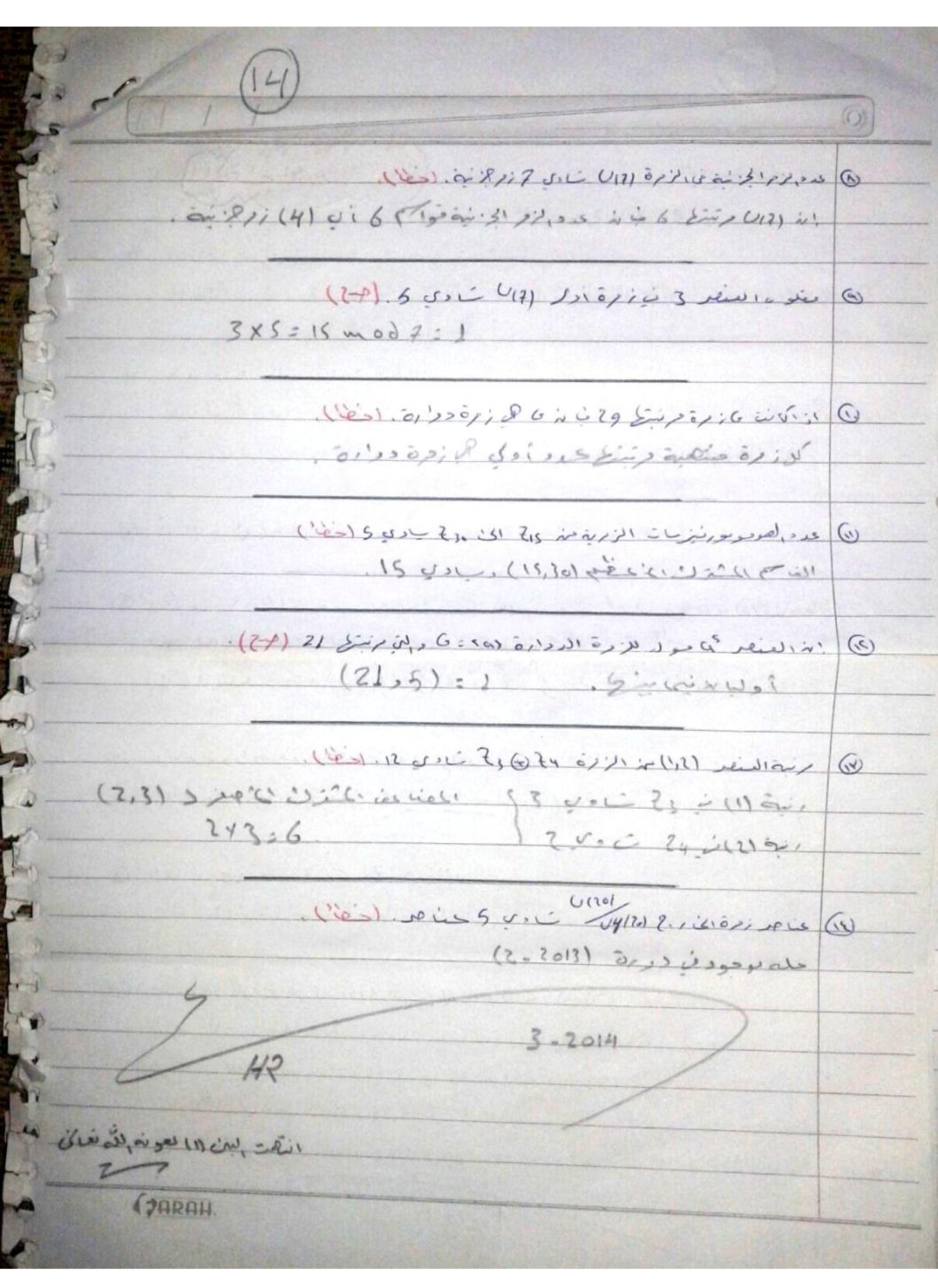
$0.25=0$, $1.25=25$, $2.25=50 \bmod 30=20$, $3.25=75 \bmod 30=15$

$4.25=100 \bmod 30=10$, $5.25=125 \bmod 30=5$, $6.25=150 \bmod 30=0$

عند ذلك دوارة فإنه تعود نفس العناصر مع عناصر $\langle 25\rangle=\{0,5,10,15,20,25\}$ وهي 6 عناصر

ZARAH.

HR



(14)

⑧ عدد الزمر الجزئية في الزمرة U(7) يساوي 7 زمر جزئية. (خطأ)
لأن U(7) مرتبتها 6 فإن عدد الزمر الجزئية فيها هو 4 أي (4) زمر جزئية.

---

⑨ معكوس العنصر 3 في الزمرة الدائرية U(7) يساوي 5. (صح)
$3 \times 5 = 15 \bmod 7 = 1$

---

⑩ إذا كانت G زمرة مرتبتها 9 فإن G هي زمرة دوارة. (خطأ)
كل زمرة منتهية مرتبتها عدد أولي هي زمرة دوارة.

---

⑪ عدد الهومومورفيزمات الزمرية من Z_{15} الى Z_{30} يساوي 5 (خطأ)
القاسم المشترك الأعظم (15,30) ويساوي 15.

---

⑫ إن العنصر a^5 مولد للزمرة الدوارة $G = \langle a \rangle$ والتي مرتبتها 21 (صح).
(21,5) = 1 أوليان فيما بينهما.

---

⑬ رتبة العنصر (2,1) من الزمرة $Z_4 \oplus Z_3$ تساوي 12. (خطأ)
رتبة (1) في Z_3 تساوي 3 ، رتبة (2) في Z_4 تساوي 2 } المضاعف المشترك الأصغر لـ (2,3)
$2 \times 3 = 6$

---

⑭ عناصر زمرة العوامل $U(20)/U_5(20)$ تساوي 5 عناصر. (خطأ)
حله موجود في دورة (2013-2)

3-2014

HR

انتهت الأسئلة بعونه الله تعالى

FARAH.